



**Волинський національний університет імені Лесі Українки
Кафедра теорії функцій та методики навчання математики**

СИЛАБУС

вибіркового освітнього компонента

НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Математика (редакція 2023 року зі змінами 2025 року)
Форма здобуття освіти	Денна
Розробник (викладач)	Харкевич Юрій Ілюдорович, кандидат фіз.-мат. наук, професор
Контактна інформація	Електронна адреса викладача: kharkevich.yuriy@vnu.edu.ua Телефон: 099-763-97-54
Семестр, курс	7 семестр, IV курс
Обсяг освітнього компонента	Загальний обсяг: 5 кредитів / 150 годин. Аудиторних годин: 30; з них: лекцій – 10 год., практичних – 20 год. Самостійної роботи: 110 годин. Консультацій: 10 год.
Форма контролю	Залік
Мова навчання	Українська
Дні занять	Аудиторні заняття проводяться за розкладом: http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.
Анотація курсу	Силабус вибіркового освітнього компонента «Наближення функцій багатьох змінних» складено з урахуванням можливості формування індивідуальної освітньої траєкторії здобувачів освіти першого (бакалаврського) рівня. Дисципліна «Наближення функцій багатьох змінних» присвячена вивченню основних понять і методів сучасної теорії наближень функцій багатьох змінних. У межах курсу розглядаються кратні ряди Фур'є, модулі неперервності вищих порядків, нерівності Гельдера та Мінковського, а також задачі апроксимації на класах функцій багатьох змінних. Значна увага приділяється дослідженню функціональних класів, зокрема класів Соболева та Бесова, і поперечників функціональних класів.
Мета і завдання освітнього компонента	Метою курсу є ознайомлення здобувачів освіти з основними питаннями апроксимації класів функцій багатьох змінних, застосування таких понять як кратні ряди Фур'є, модулі неперервності та класи функцій, що ними визначаються, поперечники функціональних класів, класи Бесова, класи Соболева. Основними завданнями вивчення дисципліни «Наближення функцій багатьох змінних» є: <ul style="list-style-type: none"> • вивчення теорії кратних рядів Фур'є та умов їх збіжності; • ознайомлення з модулями неперервності функцій багатьох змінних та їх властивостями;

	<ul style="list-style-type: none"> • засвоєння основних нерівностей математичного аналізу для функцій багатьох змінних; • вивчення задач теорії апроксимації на класах функцій багатьох змінних; • формування уявлень про функціональні простори, класи Соболева та Бесова; • ознайомлення з поняттям поперечників функціональних класів та методами їх дослідження.
Soft skills	<p>Вивчення вибіркового освітнього компонента «Наближення функцій багатьох змінних» сприяє набуттю здобувачами вищої освіти таких соціальних навичок (soft skills):</p> <ul style="list-style-type: none"> • здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу; • здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях; • здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями; • креативність і гнучкість мислення під час розв'язування нестандартних задач; • вміння працювати з теоретичними математичними моделями; • навички самостійної роботи з науковою літературою; • здатність до систематизації та узагальнення складного матеріалу; • наполегливість і уважність при розв'язуванні складних задач; • самоорганізація та тайм-менеджмент; • здатність до логічно послідовного та чіткого викладу власних міркувань.

Структура освітнього компонента

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					*Форма контролю / Бали
	Усього	У тому числі				
		Лек.	Практ.	Конс.	Сам. роб.	
Змістовий модуль I. Кратні ряди Фур'є. Модулі неперервності функцій багатьох змінних						
Тема 1. Кратні ряди Фур'є <i>Означення кратних рядів Фур'є. Подвійні та багатократні ряди Фур'є. Основні властивості та умови збіжності.</i>	21	1	4	1	15	УО, РЗ, РМГ/ 10 б.
Тема 2. Модулі неперервності функцій багатьох змінних <i>Модулі неперервності та модулі неперервності вищих порядків. Їх властивості та застосування в теорії наближень.</i>	21	2	2	2	15	УО, РЗ, РМГ/ 5 б.
Тема 3. Основні співвідношення для функцій багатьох змінних <i>Нерівності Гельдера та Мінковського. Допоміжні співвідношення, що використовуються в задачах апроксимації.</i>	28	2	4	2	20	УО, РЗ, РМГ/ 10 б.
Разом за змістовним модулем I	70	5	10	5	50	25 б.
Змістовий модуль II. Наближення на класах функцій багатьох змінних. Поперечники функціональних класів						
Тема 4. Функціональні простори та класи функцій багатьох змінних <i>Функціональні простори та класи періодичних функцій багатьох змінних. Основні означення та властивості.</i>	24	1	2	1	20	УО, РЗ, РМГ/ 5 б.
Тема 5. Задачі теорії апроксимації на класах функцій багатьох змінних <i>Основні типи задач теорії апроксимації. Нерівність Джексона–Нікольського та її застосування.</i>	28	2	4	2	20	УО, РЗ, РМГ/ 10 б.
Тема 6. Поперечники функціональних класів <i>Поняття поперечників функціональних класів. Основні властивості та значення в теорії наближень.</i>	28	2	4	2	20	УО, РЗ, РМГ/ 10 б.
Разом за змістовним модулем II	80	5	10	5	60	25 б.
Контрольна робота						30 б.
ІНДЗ						20 б.
Всього годин/ балів	150	10	20	10	110	100 б.

* Форма контролю: УО – усне опитування, РЗ – розв'язування задач, РМГ – робота в малих групах.

Завдання для самостійного опрацювання

Самостійна робота здобувачів освіти включає:

1. Підготовка до практичних занять – 20 год;
2. Вивчення тем, що виносяться на самостійне опрацювання – 45 год:
 - Сумовні функції.
 - Класи $B_{p,\theta}^r$ періодичних функцій багатьох змінних та їх наближення.
 - Поняття гіперболічного хреста та східчасто-гіперболічного хреста.
 - Метод дискретизації в задачі про поперечники.
 - Теорема про поперечник одиничної кулі.
3. Виконання ІНДЗ – 25 год;
4. Систематизація вивченого матеріалу перед контрольною роботою – 20 год.

Оцінювання

Політика оцінювання та організація контрольних заходів здійснюється згідно з Положенням про поточне та підсумкове оцінювання знань здобувачів освіти Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/yrNruzhM>).

Оцінювання знань здійснюється за 100-бальною шкалою. Максимальна кількість балів за поточний контроль з освітнього компонента – 100 балів. Поточний контроль реалізується в різних формах, зокрема оцінюється робота на парах (усне опитування, розв'язування задач) (50 балів), самостійне виконання індивідуальних завдань (20 балів) та контрольна робота (30 балів).

Студентам, які брали участь у роботі конференцій, підготовці наукових публікацій, участь в конкурсах студентських наукових робіт можуть присуджуватися додаткові (бонусні) бали, які зараховуються як результати поточного контролю.

Згідно з Положенням про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/qtbVgtNu>) студенту можуть бути зараховані результати навчання, які отримані у формальній, неформальній та/або інформальній освіті.

Залік виставляється за результатами поточної роботи за умови, що здобувач освіти виконав ті види навчальної роботи, які визначено силабусом. У випадку, якщо здобувач освіти не відвідував окремі аудиторні заняття (з поважних причин), на консультаціях він має право відпрацювати пропущені заняття та добрати ту кількість балів, яку було визначено на пропущені теми. Якщо за результатами семестру здобувачем накопичено не менше 60 балів, і студент (ка) погоджується із цим результатом, то оцінка за семестр виставляється без складання заліку в день, передбачений графіком заліково-екзаменаційної сесії. Якщо за результатами семестру накопичено менше 60 балів або студент (ка) не погоджується із результатом, то він (вона) складає залік як ліквідацію академічної заборгованості, при цьому бали, накопичені за семестр, анулюються. Залік проходить у письмовій формі, здобувачу пропонується набір із 6 завдань, що представляють змістові модулі курсу. Максимальна кількість балів під час ліквідації академічної заборгованості з заліку – 100. Повторне складання заліку допускається не більше як два рази: один раз – викладачеві, другий – комісії, яку створює декан факультету.

Критерії поточного оцінювання

При роботі здобувача на практичних заняттях оцінюються: систематичність роботи на практичних заняттях, рівень знань, продемонстрований у відповідях при усному опитуванні, активність при обговоренні питань. За перший та другий змістовні модулі здобувач може

отримати максимально 25 балів. Разом за роботу на практичних заняттях здобувач може отримати максимально 50 балів.

Оцінювання ІНДЗ здійснюється за 20-бальною шкалою. ІНДЗ подається викладачеві, який читає лекційний курс з даної дисципліни, не пізніше, ніж за 2 тижні до заліку.

Критерії оцінювання ІНДЗ:

20–18 балів ставиться в тому випадку, коли студент правильно розв'язує всі завдання, повністю описує пояснення ходу розв'язання, допускає лише неточності в оформленні чи помилку в обчисленні.

17–15 балів ставиться тоді, коли студент не повністю дослідив поставлені завдання або допустив деякі неточності (допустив помилки в обчисленнях або виконав 80% завдань.)

14–10 балів ставиться в тому випадку, коли студент не повністю розв'язав задачу або допускає помилки при розв'язанні практичних завдань, але виконано правильно не менше 70% від всіх даних йому завдань.

9–6 бали ставиться, коли студент під час розв'язування пропустив суттєві моменти розв'язання або допустив грубі помилки, виконав не менше 30% від загальної кількості запропонованих йому завдань.

5–1 бали ставиться, коли при підготовці ІНДЗ студент під час роботи показав незнання основних методів розв'язання, допустив грубі помилки, виконав менше 30 % від загальної кількості запропонованих йому завдань.

0 балів ставиться, якщо студент не здав ІНДЗ або жодного завдання не виконав правильно.

В кінці курсу заплановано підсумкову контрольну роботу, що оцінюється максимально в 40 балів.

Критерії оцінювання контрольної роботи:

30–27 балів ставиться, якщо студент правильно розв'язав практичні завдання, вміє пояснити методику розв'язання та зміст застосовуваного понятійного апарату і формул. Вміє аргументувати свої думки.

26–23 балів ставиться, якщо студент показує знання методики розв'язання практичних завдань та змісту застосовуваного понятійного апарату і формул. Проте допущені окремі незначні помилки у розв'язанні.

22–18 балів ставиться, якщо студент показує знання методики розв'язання практичних завдань та змісту застосовуваного понятійного апарату і формул. Проте допущені помилки у розв'язанні не дають можливості зробити правильні висновки.

17–11 балів ставиться, якщо студент частково розв'язав практичні завдання, але не спромігся аргументувати свою відповідь, помилився у використанні понятійного апарату та методики розв'язання задачі.

10–5 балів ставиться, якщо студент погано засвоїв основні поняття, не вміє розв'язувати більшість типових задач, допускає суттєві помилки.

4–0 балів ставиться, якщо студент неправильно розв'язав практичні завдання, показав незадовільне знання понятійного апарату, або взагалі нічого не відповів.

Питання до заліку

1. Поняття функції багатьох дійсних змінних. Основні приклади.
2. Означення кратного ряду Фур'є для періодичної функції багатьох змінних.
3. Подвійні ряди Фур'є: означення та основні властивості.
4. Умови збіжності кратних рядів Фур'є в різних метриках.
5. Рівномірна та середньоквадратична збіжність кратних рядів Фур'є.
6. Часткові суми та ядра кратних рядів Фур'є.
7. Поняття модуля неперервності функції однієї змінної.
8. Означення модуля неперервності функції багатьох змінних.
9. Модулі неперервності вищих порядків та їх властивості.
10. Зв'язок модулів неперервності з апроксимаційними властивостями функцій.
11. Нерівність Гельдера для функцій багатьох змінних.
12. Нерівність Мінковського для функцій багатьох змінних.
13. Функціональні простори L_p для функцій багатьох змінних.
14. Означення та основні властивості класів Соболева періодичних функцій багатьох змінних.
15. Означення та основні властивості класів Бесова.
16. Основні типи задач теорії наближень функцій багатьох змінних.
17. Нерівність Джексона–Нікольського для функцій багатьох змінних.
18. Поняття найкращого наближення та його властивості.
19. Означення поперечників функціональних класів.
20. Основні властивості та значення поперечників у теорії наближень.
21. Поняття гіперболічного хреста та східчасто-гіперболічного хреста.
22. Метод дискретизації в задачі про поперечники.
23. Теорема про поперечник одиничної кулі.

Шкала оцінювання

Оцінка в балах за всі види навчальної діяльності	Лінгвістична оцінка
90 – 100	Зараховано
82 – 89	
75 – 81	
67 -74	
60 – 66	
1 – 59	Незараховано (необхідне перескладання)

Вирішення конфліктних ситуацій

Будь-яка конфліктна ситуація, яка виникає в учасників освітнього процесу вирішується згідно з Положенням про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/ttbVqYmy>).

Політика викладача щодо здобувача освіти

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту (<https://vnu.edu.ua/uk/statut-snu-imeni-lesi-ukrayinki>) і Правил внутрішнього

розпорядку ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/CtbVwTyi>), загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття; списування. Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба, міжнародне стажування, навчання в рамках програм академічної мобільності) навчання може відбутися в онлайн формі за погодженням із викладачем.

Визнання результатів навчання з ОК, які отримані у формальній освіті, здійснюється згідно «Положення про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки» (<https://cutt.ly/yNUt5Y4>). Визнання результатів навчання шляхом перезарахування кредитів та результатів навчання, отриманих у формальній освіті, можливе: під час переведення, поновлення здобувача освіти до ВНУ імені Лесі Українки; за результатами навчання в рамках програм академічної мобільності; за результатами навчання, здобутими з використанням елементів дуальної освіти; під час навчання здобувача освіти у двох і більше закладах освіти або ОПШ.

Політика щодо академічної доброчесності

Кожен студент повинен ознайомитися і слідувати Кодексу академічної доброчесності Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/iteZgigI>), дотримуватись етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання завдань поточного контролю, завдань підсумкової контрольної роботи (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі запозичень ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право.

Під час оцінювання результатів навчання студенти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

Політика щодо дедлайнів та перескладання

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання. Прозвітуватися про виконання завдань можна під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання викладачу. Індивідуальні завдання, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку (бали будуть знижені на 10%).

Опитування

По завершенню курсу студентам буде надано анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу.

Рекомендована література

1. Жигалло Т.В., Жигалло К.М., Харкевич Ю. І. Диференційовні функції та їх властивості: навч. посіб. Луцьк: Волинський нац. ун-т імені Лесі Українки, 2021. 123 с.
2. Жигалло Т.В., Жигалло К.М., Харкевич Ю.І. Методи теорії наближень на класах диференційовних функцій: навч. посіб. Луцьк: Східноєвроп. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2017. 180 с.
3. Shapiro L. Fourier Series in Several Variables with Applications to Partial Differential Equations. London : Routledge, 2023. 300 p.
4. Trigub R. M., Bellinsky E. S. Fourier Analysis and Approximation of Functions. Dordrecht : Springer, 2004. 560 p.
5. Фіхтенгольц Г.М. Курс диференціального та інтегрального числення. 2025. 2390 с. Режим доступу: <https://cutt.ly/btWSpWMy>
6. Романюк А.С., Романюк В.С. Оцінки деяких апроксимаційних характеристик класів періодичних функцій однієї та багатьох змінних. Укр. мат. журн. 2019.Т. 71, № 8. С. 1102–1115.
7. Temlyakov V.N. Multivariate approximation. Cambridge University Press, Cambridge 2018. 534 p.
8. Robert A. Adams, John J. F. Fournier. Sobolev Spaces. Amsterdam: Elsevier, 2003. 320 p.
9. Tolstov G. P. Fourier Series. NY : Dover Publications, 2012. 470 p.

Погоджено

Гарант освітньо-професійної програми



Волошина Т.В.

Затверджено на засіданні кафедри теорії функцій та методики навчання математики
протокол № 9 від 28 січня 2026 р.

Завідувач кафедри



Гембарська С.Б.